

Задание № 3

для самостоятельного изучения курса физики

1.Сделать конспект и изучить раздел «Постоянный электрический ток»

».по приводимому конспекту лекции или по учебнику А.А. Детлаф, Б.М. Яворский; соответствующие параграфы !

2.Решитьзадачи, приводимые после конспекта лекций.

Электрический ток

6.1. Сила и плотность тока

6.2. Электродвижущая сила, напряжение

6.3. Закон Ома

6.4. Мощность тока. Закон Джоуля – Ленца

6.5. Правила Кирхгофа

6.1. Сила и плотность тока

Электрический ток – это направленное движение электрических зарядов. Электрический ток проводимости – упорядоченное движение свободных зарядов в веществе или в вакууме. Конвекционный ток обусловлен движением макроскопических заряженных тел. Ток проводимости возникает под действием сил электрического поля, т.е. условием существования тока является наличие электрического поля и свободных носителей заряда. Носителями тока в металлах являются электроны, в электролитах – положительные и отрицательные ионы, в полупроводниках – электроны и дырки, в газах – электроны и ионы.

***Силой тока** называют скалярную величину I , равную величине заряда, переносимого через поперечное сечение проводника за единицу времени:*

$$I = dq/dt \quad [\text{Кл/с}=\text{А}]. \quad (6.1)$$

За направление тока принято направление движения положительных зарядов.

Если ток обусловлен движением носителей обоих знаков, то сила тока

$$I = \frac{dq_+}{dt} + \frac{|dq_-|}{dt}, \quad (6.2)$$

где dq_+, dq_- – положительный и отрицательный заряды, соответственно, прошедшие через поперечное сечение за время dt .

Электрический ток называют постоянным, если сила тока не изменяется с течением времени. В этом случае $I = q/\Delta t$. Ток, меняющийся со временем, называют переменным.

Заряд, переносимый через поперечное сечение проводника, может быть найден как

$$q = \int_0^q dq = \int_0^t I(t) dt. \quad (6.3)$$

При постоянном токе $q = I \Delta t$.

Для характеристики направления движения носителей тока и его распределения по сечению проводника вводится понятие плотности тока. **Плотность тока** $\vec{j}$ – вектор, совпадающий по направлению с направлением движения положительных носителей тока в рассматриваемой точке и по величине, равный

$$j = \frac{dI}{dS_\perp} \left[\frac{\text{А}}{\text{м}^2} \right], \quad (6.4)$$

где $dS_\perp$ – элементарная площадка, перпендикулярная направлению тока, dI – сила тока через площадку $dS_\perp$. Из этого выражения следует, что сила тока через некоторую поверхность S равна $I = \int_S j dS_\perp = \int_S \vec{j} d\vec{S}$. Для постоянного

тока в однородном проводнике плотность тока одинакова по всему поперечному сечению, поэтому для него $I = jS$.

Выразим плотность тока через параметры носителей тока. Предположим, что в проводнике существуют носители обоих знаков. Обозначим их заряды e_+, e_- , концентрации n_+, n_- , скорости направленного движения (дрейфа) u_+, u_- .

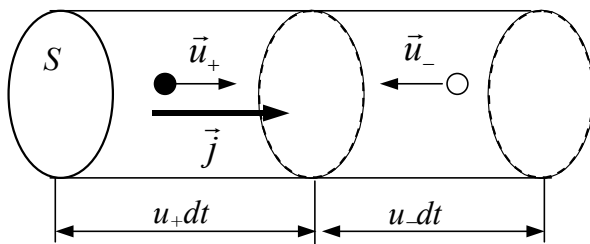


Рис. 6.1

За время dt через поперечное сечение S пройдут все положительные носители, заключенные в цилиндре объемом $Su_+ dt$, и все отрицательные в объеме $Su_- dt$ (рис. 6.1). Тогда плотность тока

$$j = \frac{dq_+}{Sdt} + \frac{|dq_-|}{Sdt} = \frac{n_+ Su_+ dt e_+}{Sdt} + \frac{|n_- Su_- dt e_-|}{Sdt} = n_+ e_+ u_+ + n_- |e_-| u_-.$$

С учетом того, что вектор $\vec{j}$ совпадает по направлению с $\vec{u}_+$ и противоположен вектору $\vec{u}_-$, а заряд $e_- < 0$,

$$\vec{j} = n_+ e_+ \vec{u}_+ + n_- e_- \vec{u}_-. \quad (6.5)$$

6.2. Электродвижущая сила, напряжение

Силы кулоновского взаимодействия вызывают такое перераспределение зарядов, при котором потенциалы всех точек проводника выравниваются. Для существования постоянного тока необходимы силы, поддерживающие разность потенциалов на концах проводника, т.е. силы некулоновского типа. Под действием этих сил носители тока движутся внутри источника против сил электростатического поля. Такие силы называют сторонними. Сторонние силы действуют на электрические заряды внутри источников электрической энергии (гальванические элементы, аккумуляторы, электрические генераторы). Они совершают работу по переносу свободных зарядов за счет энергии источника (энергия химической реакции в гальванических элементах и аккумуляторах, механическая энергия в электромагнитных генераторах).

Электродвижущая сила (ЭДС) E – физическая величина, равная отношению работы сторонних сил по переносу заряда к величине перенесенного заряда:

$$E = \frac{A_{\text{ст}}}{q} \left[\frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \text{В} \right], \quad (6.6)$$

откуда, $A_{\text{ст}} = qE$. В общем случае на участке цепи могут действовать и сторонние силы и электростатические (кулоновские). Результирующая сила, действующая на свободные заряды в проводнике, $\vec{F} = \vec{F}_{\text{ст}} + \vec{F}_{\text{кул}}$. Кулоновскую силу можно представить как $\vec{F}_{\text{кул}} = q\vec{E}_{\text{кул}}$, где $\vec{E}_{\text{кул}}$ – напряженность электростатического поля. Аналогично можно представить стороннюю силу $\vec{F}_{\text{ст}} = q\vec{E}_{\text{ст}}$, где $\vec{E}_{\text{ст}}$ – напряженность поля сторонних сил. Поэтому работа на участке электрической цепи 1–2 выразится как

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F} d\vec{l} = \int_1^2 \vec{F}_{\text{кул}} d\vec{l} + \int_1^2 \vec{F}_{\text{ст}} d\vec{l} = \int_1^2 q\vec{E}_{\text{кул}} d\vec{l} + \int_1^2 q\vec{E}_{\text{ст}} d\vec{l}.$$

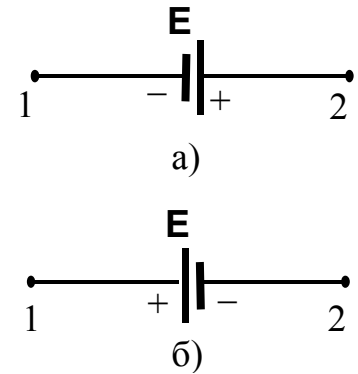
Первое слагаемое в правой части характеризует работу кулоновских сил, второе – работу сторонних сил. Учитывая, что кулоновские силы являются потенциальными, получим

$$A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2) + qE_{12}. \quad (6.7)$$

Напряжением на участке цепи называют величину U_{12} , равную отношению работы, совершенной и сторонними, и кулоновскими силами на участке, к величине перенесенного заряда:

$$U_{12} = \frac{A_{12}}{q} = \varphi_1 - \varphi_2 + E_{12}. \quad (6.8)$$

Определяя напряжение на участке нужно учитывать следующие правила. Выбираем начало (точка 1) и конец (точка 2) участка. Если при обходе участка от т.1 к т.2 мы проходим внутри источника от «-» к «+», то $E_{12} = +E$, если от «+» к «-», то $E_{12} = -E$.



Т.о. для случая а) (рис. 6.2) $U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + E$, для случая б) $U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 - E$.

Участок цепи, содержащий источник электрической энергии, называется неоднородным, не содержащий источника – однородным. Для однородного участка цепи $U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$ (т.е. напряжение равно разности потенциалов).

6.3. Закон Ома

Экспериментально установлено, что для участка электрической цепи 1–2 справедлив **закон Ома**: сила тока пропорциональна напряжению на участке

$$I_{12} = \frac{1}{R_{12}} U_{12}, \quad (6.9)$$

где R_{12} – сопротивление участка, равное сумме сопротивлений всех элементов участка; I_{12} – сила тока на участке ($I_{12} > 0$, если ток идет от т.1 к т.2, в противном случае $I_{12} < 0$).

Для участка цепи в виде однородного металлического проводника

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (6.10)$$

где ρ – удельное сопротивление металла [Ом·м]; l – длина проводника; S – площадь его поперечного сечения. Наименьшим удельным сопротивлением при обычных температурах обладают серебро, медь, алюминий: $\rho_{Ag} = 1,5 \cdot 10^{-8}$ Ом·м, $\rho_{Cu} = 1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м, $\rho_{Al} = 2,5 \cdot 10^{-8}$ Ом·м. Одним из наиболее высокоомных металлов является сплав нихром $\rho_{нихр} = 10^{-6}$ Ом·м. Удельное сопротивление зависит от температуры.

Сопротивление неоднородного участка цепи складывается из сопротивления проводников R и внутреннего сопротивления источника r :

$R_{12} = R + r$. Поэтому **закон Ома для неоднородного участка** можно записать в виде

$$I_{12} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + E_{12}}{R + r}. \quad (6.11)$$

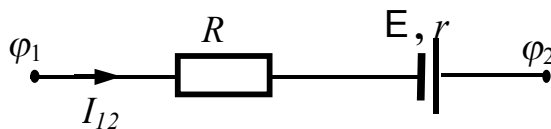
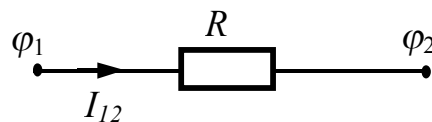


Рис. 6.3

Пример неоднородного участка цепи показан на рис. 6.3.

Закон Ома для однородного участка цепи

$$I_{12} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R}. \quad (6.12)$$



Однородный участок цепи показан на рис. 6.4.

Представим себе, что т.1 и 2 неоднородного участка (рис. 6.3) соединяются. Тогда мы получаем замкнутую цепь (рис. 6.5). Потенциалы т.1 и 2 становятся одинаковыми: $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$. Следовательно, **закон Ома для замкнутой цепи (полной цепи)** имеет вид

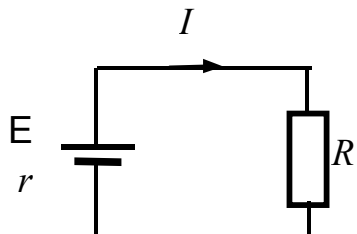


Рис. 6.5

$$I = \frac{E}{R + r}. \quad (6.13)$$

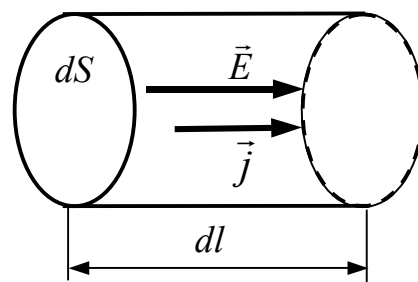
Получим закон Ома в дифференциальной форме. Для этого рассмотрим элементарный цилиндрический объем внутри однородной проводящей среды, по которой течет постоянный ток с плотностью $\vec{j}$. Цилиндр расположим так, чтобы его ось совпадала с направлением вектора плотности тока (рис. 6.6). Силу тока в этом цилиндре выразим как $I = j dS$, разность потенциалов между торцами цилиндра как $\varphi_1 - \varphi_2 = E dl$ (предполагая, что поле в пределах цилиндра однородное), сопротивление цилиндра $R = c \frac{dl}{dS}$. Применим для данного цилиндра закон Ома для

однородного участка цепи: $j dS = \frac{E dl}{c \frac{dl}{dS}}$. Откуда

$j = \frac{1}{c} E = \gamma E$, где $\gamma = 1/\rho$ – удельная проводимость материала проводника. Учитывая, что векторы $\vec{j}$ и $\vec{E}$ совпадают по направлению, **закон Ома в дифференциальной форме** записывают в виде

$$\vec{j} = \gamma \vec{E},$$

(6.14) Рис. 6.6



т.е. плотность тока в некоторой точке пропорциональна напряженности электрического поля в этой точке среды.

6.4. Мощность тока. Закон Джоуля – Ленца

Рассмотрим участок цепи, по которому идет постоянный ток. За элементарный промежуток времени dt по участку пройдет заряд $dq = Idt$.

При этом сторонние и кулоновские силы, действующие на участке, совершат работу

$$\delta A = U dq = UI dt. \quad (6.15)$$

Тогда **мощность**, выделившаяся на участке,

$$P = \frac{\delta A}{dt} = IU = I(\varphi_1 - \varphi_2) + I E_{12}, \quad (6.16)$$

где первое слагаемое характеризует мощность кулоновских сил, второе – сторонних сил.

В общем случае мощность может расходоваться на совершение работы над внешними телами, на протекание химических реакций, на нагрев проводника. Если проводник неподвижен и в нем не происходят химические реакции, то вся совершаемая работа идет на увеличение внутренней энергии, т.е. *в проводнике выделяется количество теплоты (з-н Джоуля – Ленца)*

$$\delta Q = UI dt = I^2 R dt. \quad (6.17)$$

При постоянном токе количество теплоты, выделившейся за время Δt , найдется как

$$Q = I^2 R \Delta t. \quad (6.18)$$

Мощность, выделяющаяся в замкнутой цепи (когда $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$),

$$P = I E = I^2 (R + r) = I^2 R + I^2 r, \quad (6.19)$$

где $I^2 R = P_n$ – мощность в нагрузке; $I^2 r$ – мощность, теряемая внутри источника. Так как, назначение замкнутой цепи чаще всего в том, чтобы передать энергию в нагрузку, эффективность ее работы оценивают с помощью КПД

$$\eta = \frac{P_n}{P} = \frac{I^2 R}{I^2 (R + r)} = \frac{R}{R + r}. \quad (6.20)$$

Полезная мощность $P_n = I^2 R = \frac{E^2}{(R + r)^2} R$ зависит от соотношения сопротивления нагрузки R и внутреннего сопротивления источника r . Она имеет максимум при $R = r$. Данное условие (называемое условием согласования источника и нагрузки) можно получить, исследовав функцию $P_n(R)$ на экстремум. Условие согласования выполняется и для переменного тока.

В заключение получим дифференциальную форму закона Джоуля–Ленца. Для этого снова мысленно выделим элементарный цилиндрический объем внутри металлического проводника (см. рис. 6.6). Количество теплоты, выделяющейся внутри него за время dt , будет

$$\delta Q = I^2 R dt = (j dS)^2 c \frac{dl}{dS} dt = c j^2 dV dt,$$

где $dV = dl dS$ – объем цилиндра.

Тогда тепловая мощность в единице объема (удельная тепловая мощность)

$$\frac{\delta Q}{dt dV} = c j^2 = c (\gamma E)^2 = \gamma E^2. \quad (6.21)$$

Это уравнение и называют **законом Джоуля – Ленца в дифференциальной форме**.

6.5. Правила Кирхгофа

При расчете сложных электрических цепей могут использоваться несколько методов. Одним из них является применение правил Кирхгофа. **I правило Кирхгофа** основано на том, что в случае установившегося электрического тока электрические заряды не должны накапливаться ни на одном участке цепи: *алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в любом узле цепи, равна нулю*

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0, \quad (6.22)$$

где n – количество проводников, сходящихся в данном узле. Узел цепи – это точка соединения трех и более проводников.

II правило Кирхгофа основано на законе Ома для замкнутой цепи: *в любом замкнутом контуре схемы алгебраическая сумма произведений сил токов на сопротивления соответствующих участков контура равна алгебраической сумме ЭДС, действующих в данном контуре:*

$$\sum_i I_i R_i = \sum_i E_i. \quad (6.23)$$

При расчете электрических цепей рекомендуется следующий порядок составления уравнений:

1) Обозначить на схеме все токи во всех участках цепи. Направления токов выбираются произвольно.

2) Записать уравнения по I правилу Кирхгофа для $m-1$ узлов схемы, где m – полное количество узлов в схеме. При составлении уравнений использовать правило знаков: токи, входящие в узел и выходящие из узла, должны иметь разные знаки.

3) Записать уравнения по II правилу Кирхгофа для $p-(m-1)$ контуров схемы, где p – количество неизвестных токов. Направления обхода контуров выбираются произвольно. При составлении уравнений использовать правило знаков: а) ток считается положительным, если его направление совпадает с направлением обхода (в противном случае ток считается отрицательным); б) ЭДС считается положительной, если направление от "–" к "+" (внутри

источника) совпадает с направлением обхода (в противном случае ЭДС считается отрицательной).

4) Решить полученную систему уравнений.

Задачи по теме: Постоянный электрический ток

Законы постоянного тока и примеры решения

Сила и плотность тока

Электрический ток это направленное движение электрических зарядов. Электрический ток проводимости - упорядоченное движение свободных зарядов в веществе или в вакууме. Конвекционный ток обусловлен движением макроскопических заряженных тел. Ток проводимости возникает под действием сил электрического поля, т.е. условием существования тока является наличие электрического поля и свободных носителей заряда. Носителями тока в металлах являются электроны, в электролитах - положительные и отрицательные ионы, а в полупроводниках - электроны и дырки, в газах – электроны и ионы.

Силой тока называют скалярную величину I , равную величине заряда, переносимого через поперечное сечение проводника за единицу времени:

$$I = dq/dt \quad [\text{Кл/с}=\text{А}]. \quad (4.1)$$

За направление тока принято направление движения положительных зарядов.

Если ток обусловлен движением носителей обоих знаков, то сила тока

$$I = \frac{dq_+}{dt} + \frac{|dq_-|}{dt}, \quad (4.2)$$

где dq_+, dq_- - положительный и отрицательный заряды, соответственно, прошедшие через поперечное сечение за время dt .

Электрический ток называют постоянным, если сила тока не изменяется с течением времени. В этом случае $I = q/\Delta t$. Ток, меняющийся со временем называют переменным.

Заряд, переносимый через поперечное сечение проводника, может быть найден как

$$q = \int_0^q dq = \int_0^t I(t) dt. \quad (4.3)$$

При постоянном токе $q = I \Delta t$.

Для характеристики направления движения носителей тока и его распределения по сечению проводника вводится понятие плотности тока. **Плотность тока** $\vec{j}$ - вектор, совпадающий по направлению с направлением движения положительных носителей тока в рассматриваемой точке и по величине равный

$$j = \frac{dI}{dS_{\perp}} \left[\frac{A}{m^2} \right], \quad (4.4)$$

где $dS_{\perp}$ - элементарная площадка, перпендикулярная направлению тока. Из этого выражения следует, что сила тока через некоторую поверхность S равна $I = \int_S j dS_{\perp} = \int_S \vec{j} d\vec{S}$. Для постоянного тока в однородном проводнике

плотность тока одинакова по всему поперечному сечению, поэтому для него $I = jS$.

Выразим плотность тока через параметры носителей тока. Предположим, что в проводнике существуют носители обоих знаков. Обозначим их заряды e_+, e_- ,

концентрации n_+, n_- , скорости направленного движения (дрейфа) u_+, u_- . За время dt через поперечное сечение S пройдут все положительные носители, заключенные в цилиндре объемом Su_+dt , и все отрицательные в объеме Su_-dt (рис. 4.1). Тогда плотность тока

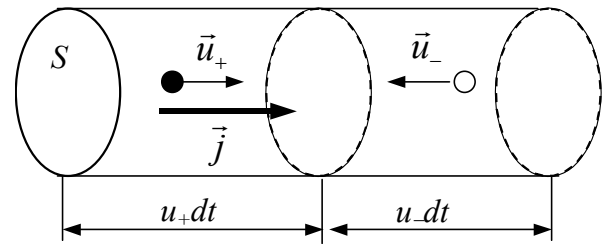


Рис.4. 1

$$j = \frac{dq_+}{Sdt} + \frac{|dq_-|}{Sdt} = \frac{n_+ Su_+ dt e_+}{Sdt} + \frac{|n_- Su_- dt e_-|}{Sdt} = n_+ e_+ u_+ + n_- |e_-| u_-.$$

С учетом того, что вектор $\vec{j}$ совпадает по направлению с $\vec{u}_+$ и противоположен вектору $\vec{u}_-$, а заряд $e_- < 0$,

$$\vec{j} = n_+ e_+ \vec{u}_+ + n_- e_- \vec{u}_-. \quad (4.5)$$

4.2. Электродвижущая сила, напряжение

Силы кулоновского взаимодействия вызывают такое перераспределение зарядов, при котором потенциалы всех точек проводника выравниваются. Для существования постоянного тока необходимы силы, поддерживающие разность потенциалов на концах проводника, т.е. силы некулоновского типа. Под действием этих сил носители тока движутся внутри источника против сил электростатического поля. Такие силы

называют сторонними. Сторонние силы действуют на электрические заряды внутри источников электрической энергии (гальванические элементы, аккумуляторы, электрические генераторы). Они совершают работу по переносу свободных зарядов за счет энергии источника (энергия химической реакции в гальванических элементах и аккумуляторах, механическая энергия в электромагнитных генераторах).

Электродвижущая сила (ЭДС) $\mathcal{E}$ – физическая величина, равная отношению работы сторонних сил по переносу заряда к величине перенесенного заряда:

$$\mathcal{E} = \frac{A_{cm}}{q} \left[\frac{Дж}{Кл} = В \right], \quad (4.6)$$

откуда, $A_{cm} = q\mathcal{E}$. В общем случае на участке цепи могут действовать и сторонние силы и электростатические (кулоновские). Результирующая сила, действующая на свободные заряды в проводнике $\vec{F} = \vec{F}_{cm} + \vec{F}_{кул}$. Кулоновскую силу можно представить как $\vec{F}_{кул} = q\vec{E}_{кул}$, где $\vec{E}_{кул}$ – напряженность электростатического поля. Аналогично можно представить стороннюю силу $\vec{F}_{cm} = q\vec{E}_{cm}$, где $\vec{E}_{cm}$ – напряженность поля сторонних сил. Поэтому работа на участке электрической цепи 1-2 выразится как

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F} d\vec{l} = \int_1^2 \vec{F}_{кул} d\vec{l} + \int_1^2 \vec{F}_{cm} d\vec{l} = \int_1^2 q\vec{E}_{кул} d\vec{l} + \int_1^2 q\vec{E}_{cm} d\vec{l}.$$

Первое слагаемое в правой части характеризует работу кулоновских сил, второе – работу сторонних сил. Учитывая, что кулоновские силы являются потенциальными, получим

$$A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2) + q\mathcal{E}_{12}. \quad (4.7)$$

Напряжением на участке цепи называют величину U_{12} , равную отношению работы, совершенной и сторонними, и кулоновскими силами на участке, к величине перенесенного заряда:

$$U_{12} = \frac{A_{12}}{q} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}. \quad (4.8)$$

Определяя напряжение на участке нужно учитывать следующие правила. Выбираем начало (точка 1) и конец (точка 2) участка. Если при обходе участка от т.1 к т.2 мы проходим внутри источника от «–» к «+», то $\mathcal{E}_{12} = +\mathcal{E}$, если от «+» к «–», то $\mathcal{E}_{12} = -\mathcal{E}$. Т.о. для случая а) (рис. 4.2) $U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}$, для случая б) $U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 - \mathcal{E}$.

Участок цепи, содержащий источник электрической энергии, называется неоднородным, не содержащий источника – однородным. Для однородного участка цепи $U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$ (т.е. напряжение равно разности потенциалов).

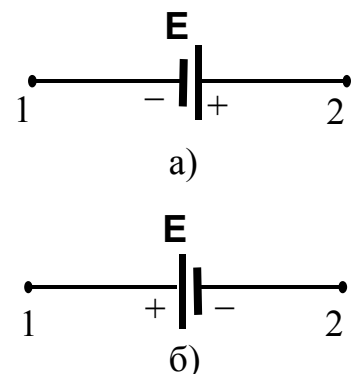


Рис.4. 2

4.3. Закон Ома

Экспериментально установлено, что для участка электрической цепи 1-2 справедлив **закон Ома**: сила тока пропорциональна напряжению на участке

$$I_{12} = \frac{1}{R_{12}} U_{12}, \quad (4.9)$$

где R_{12} – сопротивление участка, равное сумме сопротивлений всех элементов участка; I_{12} – сила тока на участке ($I_{12} > 0$, если ток идет от т.1 к т.2, в противном случае $I_{12} < 0$).

Для участка цепи в виде однородного металлического проводника

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (4.10)$$

где ρ – удельное сопротивление металла [$\text{Ом} \cdot \text{м}$], l – длина проводника, S – площадь его поперечного сечения. Наименьшим удельным сопротивлением при обычных температурах обладают серебро, медь, алюминий: $\rho_{\text{Ag}} = 1,5 \cdot 10^{-8}$ Ом·м, $\rho_{\text{Cu}} = 1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м, $\rho_{\text{Al}} = 2,5 \cdot 10^{-8}$ Ом·м. Одним из наиболее высокоомных металлов является сплав нихром $\rho_{\text{нихр}} = 10^{-6}$ Ом·м. Удельное сопротивление зависит от температуры.

Сопротивление неоднородного участка цепи складывается из сопротивления проводников R и внутреннего сопротивления источника r : $R_{12} = R + r$. Поэтому **закон Ома для неоднородного участка** можно записать в виде

$$I_{12} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + E_{12}}{R + r}. \quad (4.11)$$

Пример неоднородного участка цепи показан на рис. 4.3.

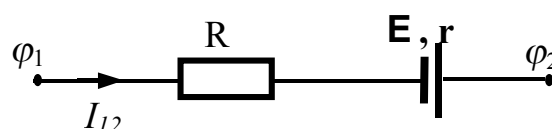


Рис.4. 3

Закон Ома для однородного участка цепи

$$I_{12} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R}. \quad (4.12)$$

Однородный участок цепи показан на рис. 4.4.

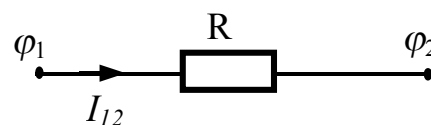


Рис.4. 4

Представим себе, что т.1 и 2 неоднородного участка (рис. 4.3) соединяются. Тогда мы получаем замкнутую цепь (рис. 4.5). Потенциалы т.1 и 2 становятся одинаковыми: $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$. Следовательно, **закон Ома для замкнутой цепи (полной цепи)** имеет вид

$$I = \frac{E}{R + r}. \quad (4.13)$$

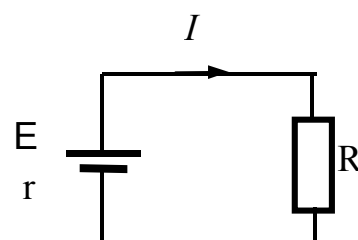
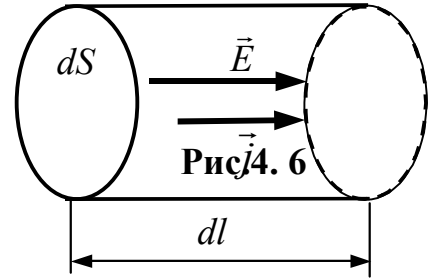


Рис.4. 5

Получим закон Ома в дифференциальной форме. Для этого рассмотрим элементарный цилиндрический объем внутри однородной проводящей среды, по которой течет постоянный ток с плотностью $\vec{j}$. Цилиндр расположим так, чтобы его ось совпадала с направлением вектора плотности тока (рис. 4.6). Силу тока в этом цилиндре выразим как $I = j dS$, разность потенциалов между торцами цилиндра как $\varphi_1 - \varphi_2 = E dl$ (предполагая, что поле в пределах цилиндра однородное), сопротивление цилиндра $R = \rho \frac{dl}{dS}$. Применим для данного цилиндра закон Ома для однородного участка цепи: $j dS = \frac{E dl}{\rho \frac{dl}{dS}}$. Откуда



$$j = \frac{1}{\rho} E = \gamma E, \text{ где } \gamma = 1/\rho - \text{удельная проводимость материала проводника.}$$

Учитывая, что векторы $\vec{j}$ и $\vec{E}$ совпадают по направлению, закон Ома в дифференциальной форме записывают в виде

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}, \quad (4.14)$$

т.е. плотность тока в некоторой точке пропорциональна напряженности электрического поля в этой точке среды.

Пример 1. Сопротивление $R_1 = 5$ Ом, вольтметр и источник тока соединены параллельно. Вольтметр показывает напряжение $U_1 = 10$ В. Если заменить сопротивление на $R_2 = 12$ Ом, то вольтметр показывает напряжение $U_2 = 12$ В. Определить ЭДС источника тока E и его внутреннее сопротивление r . Током через вольтметр пренебречь.

Решение

Схема соединений показана на рис. П.1. Т.к. током через вольтметр можно пренебречь, в цепи будет идти ток I так, как показано на рисунке стрелками. Сила тока выразится по закону Ома для замкнутой цепи: $I = \frac{E}{R + r}$. Напряжение U , показываемое вольтметром, равно разности потенциалов на сопротивлении R . Следовательно, по закону Ома для участка цепи $U = I R$, откуда

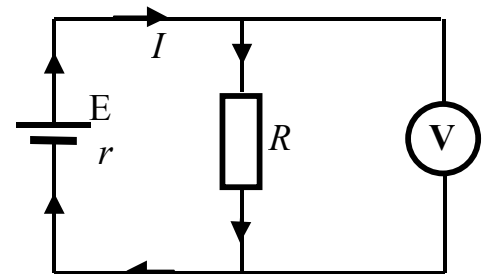


Рис.П.1

$I = \frac{U}{R}$. Приравнявая полученные выражения для силы тока, приходим к

уравнению $\frac{U}{R} = \frac{E}{R+r}$. На основе этого уравнения составляем систему

уравнений для данной задачи: $\begin{cases} \frac{U_1}{R_1} = \frac{E}{R_1+r} \\ \frac{U_2}{R_2} = \frac{E}{R_2+r} \end{cases}$, или $\begin{cases} E = \frac{U_1}{R_1}(R_1+r) \\ E = \frac{U_2}{R_2}(R_2+r) \end{cases}$.

Так как левые части этих уравнений равны, то будут равны и правые. Следовательно, можно записать следующее уравнение:

$$\frac{U_1}{R_1}(R_1+r) = \frac{U_2}{R_2}(R_2+r).$$

Раскрывая скобки и перенося все слагаемые, содержащие r в левую часть, а все остальные – в правую, и проводя ряд несложных преобразований, получим следующее выражение для вычисления внутреннего сопротивления

источника тока: $r = \frac{R_1 R_2 (U_2 - U_1)}{U_1 R_2 - U_2 R_1}$. Подставляя числовые значения, получим:

$$r = \frac{5 \cdot 12 \cdot (12 - 10)}{10 \cdot 12 - 12 \cdot 5} = 2 \text{ [Ом]}. \text{ По найденному значению } r \text{ вычисляем ЭДС:}$$

$$E = \frac{U_1}{R_1}(R_1+r) = \frac{10}{5}(5+2) = 14 \text{ [В]}.$$

Ответ: $E = 14 \text{ В}, r = 2 \text{ Ом}.$

Задачи для самостоятельного решения

1. Сила тока в проводнике равномерно возрастает 0 до 5 А в течение 2 с. Найти заряд, прошедший за это время в проводнике.

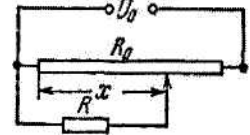
2. Два проводника изготовлены из металлов с разными температурными коэффициентами сопротивления α_1 и α_2 . При 0°C сопротивление второго проводника n раз больше, чем первого. Найти температурный коэффициент сопротивления участка цепи, состоящего из двух проводников, если они соединены между собой: а) последовательно; б) параллельно.

3. Найти сопротивление проводника в виде прямого кругового усеченного конуса высотой h и радиусами оснований r_1 и r_2 . Удельное сопротивление материала проводника ρ . Точки подключения – на основаниях конуса.

4. На одном конце цилиндрического медного проводника, сопротивление которого при 0°C равно 10 Ом, поддерживается температура 20°C , на другом 400°C . Найти сопротивление проводника, считая градиент температуры вдоль его оси постоянным. Температурный коэффициент сопротивления меди $4,3 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$.

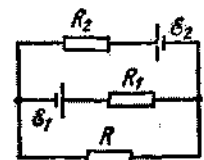
5. Пространство между двумя коаксиальными металлическими цилиндрами заполнено слабо проводящей средой с удельным сопротивлением ρ . Пренебрегая краевыми эффектами, найти сопротивление среды между цилиндрами. Радиусы цилиндров r_1 и $r_2 > r_1$, длина l .

6. На рисунке показана схема потенциометра, с помощью которого можно менять напряжение U , подаваемое на некоторый прибор с сопротивлением R . Потенциометр имеет длину l , сопротивление R_0 и находится под напряжением U_0 . Найти зависимость $U(x)$.

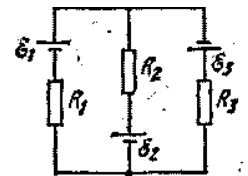


7. Найти ЭДС и внутреннее сопротивление источника, эквивалентного двум параллельно соединенным элементам с ЭДС E_1 и E_2 с внутренними сопротивлениями R_1 и R_2 .

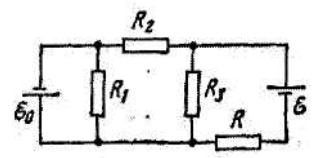
8. Найти значение и направление тока через сопротивление R в схеме, показанной на рисунке, если ЭДС источников $E_1 = 1,5$ В, $E_2 = 3,7$ В и сопротивления $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 20$ Ом и $R = 5,0$ Ом. Внутренние сопротивления источников тока пренебрежимо малы.



9. В схеме, показанной на рисунке, ЭДС источников $E_1 = 1,5$ В, $E_2 = 2,0$ В, $E_3 = 2,5$ В, сопротивления $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 20$ Ом, $R_3 = 30$ Ом. Внутренние сопротивления источников пренебрежимо малы. Найти: а) ток через сопротивление R , б) разность потенциалов между точками A и B .

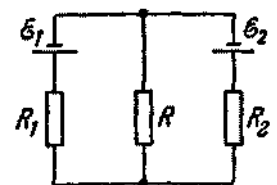


10. Найти ток через сопротивление R в схеме, показанной на рисунке. Внутренние сопротивления обоих источников пренебрежимо малы.



11. ЭДС батареи аккумуляторов 12 В, сила тока короткого замыкания 5 А. Какую наибольшую мощность можно получить во внешней цепи, соединенной с такой батареей?

12. В схеме, показанной на рисунке, заданы сопротивления R_1 и R_2 , а также ЭДС источников E_1 и E_2 . Внутренние сопротивления источников пренебрежимо малы. При каком значении сопротивления R выделяемая на нем тепловая мощность будет максимальной? Чему она равна?



13. Сила тока в проводнике сопротивлением 100 Ом равномерно нарастает от 0 до 10 А в течение времени 30 с. Найти количество тепла, выделившегося за это время в проводнике.

14. Сколько тепла выделится в спирали сопротивлением R при прохождении через нее заряда q , если ток в спирали: а) равномерно убывал

до нуля в течение времени Δt ; б) монотонно убывал до нуля так, что за каждые Δt секунд он уменьшался вдвое?

15. Доказать, что распределение тока в параллельно соединенных сопротивлениях R_1 и R_2 соответствует минимуму выделяемой на этом участке тепловой мощности.

16. Имеется проводник, у которого известны сопротивление R , не зависящее от температуры, и общая теплоемкость C . В момент $t = 0$ его подключили к постоянному напряжению U . Найти зависимость от времени температуры T проводника, считая, что тепловая мощность, отдаваемая им в окружающее пространство $P = k(T - T_0)$, где k - постоянная, T_0 - температура окружающей среды (она же и температура проводника в начальный момент).